INSTITUCIÓN EDUCATIVA CASD SIMÓN BOLÍVAR
"Con educación, trabajo y amor construimos un CASD mejor."

Aprobada por resolución No 001005 del 13 de agosto de 2019
Emanada por la Secretaria de Educación Municipal
DANE: 120001069246 - NIT: 800.031.434-8

Área: Matemáticas Asignatura: Trigonometría Grado: 10 JU
Docentes: Mag AMAHADI PARODI GUERRA amahadiparodis@iecasdvalledupar.edu.co celular 3224634981
Mag CARLOS CARDENAS carloscardenas@iecasdvalledupar.edu.co celular 3146657913
Fecha: 26/04/2021 al 14 /05/2021 Guía N° 3

LOGROS: Enuncia y demuestra el teorema del Seno y el teorema del Coseno, además, los aplica en la solución de situaciones en contexto que originan triángulos no rectángulos.9

METODOLOGIA: Para el desarrollo de las actividades el estudiante debe:
1. - Analizar el "CONTENIDO TEMÁTICO" y copiarlo en su cuaderno incluyendo los ejemplos.
2.- Desarrollar el TALLER: TEOREMA DEL SENO Y TEOREMA DEL COSENO, copiar y resolver los ejercicios en su cuaderno. Durante el desarrollo del taller se puedes apoyar en los link y en las páginas del libro guía que se le indican.
3.- Las asesorías, dudas e inquietudes se resolverán a través de los canales habilitados (whatsapp, correo electrónico, google meet)

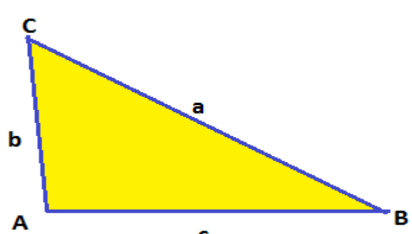
"CONTENIDO TEMÁTICO"

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS NO RECTÁNGULOS: *un triángulo cualquiera queda perfectamente determinado si se conocen mínimo tres de sus seis elementos (tres ángulos y tres lados), salvo que sean sus tres ángulos, ya que existirían infinitos triángulos semejantes. Por este motivo, es necesario que los tres elementos conocidos, al menos uno de ellos sea un lado.*

Para resolver cualquier triángulo y en particular los oblicuángulos, se utilizan dos leyes o teoremas: Teorema del seno y Teorema del coseno.

TEOREMA DEL SENO: *La ley del seno o teorema del seno es una relación que establece que, en todo triángulo oblicuángulo* las longitudes de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.

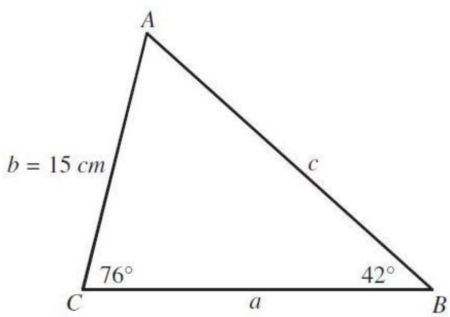
Sea un triángulo cualquiera ▲ABC



Dado el ▲ABC donde a, b y c representan las medidas de los lados opuestos a los ángulos con didas A, B y C, respectivamente, se cumple que:

$$\frac{Sen\ A}{a} = \frac{Sen}{b} = \frac{sen}{c} \qquad o \qquad \frac{a}{Sen\ A} = \frac{b}{Sen\ B} = \frac{c}{Sen\ C}$$

Ejemplo 1: Resolvamos el siguiente triángulo



Solución Ejemplo 1: De acuerdo a la información que podemos extraer del triángulo ACB tenemos:

∡B = 42º, ∡ C = 76º, b= 15 cm.

Los datos que no conocemos son: a = ?, c = ? y

∡<A = ?. para hallarlos usaremos el

Del teorema del seno expresado de la siguiente manera:

$$\frac{Sen\ A}{a} = \frac{Sen\ B}{b} = \frac{sen\ C}{c} \qquad o \qquad \frac{a}{Sen\ A} = \frac{b}{Sen\ B} = \frac{c}{Sen\ C}$$

Tomamos la expresión de la izquierda:

$$\frac{Sen\ B}{b} = \frac{sen\ C}{c}$$

Reemplazando los valores de ∡B y ∡ C tenemos:

$$\frac{Sen\ 42°}{15\ cm} = \frac{sen\ 76°}{c}$$

Como la única variable que falta por encontrarle un valor numérico es c, la despejamos de la expresión anterior, de la siguiente manera:

$c \cdot Sen42° = (15\ cm) \cdot Sen76°$, entonces:

$$c = \frac{(15\ cm) \cdot Sen76°}{Sen\ 42°}$$

$$c = \frac{(15\ cm) \cdot (0{,}97)}{(0{,}67)}$$

$$c = \frac{14{,}55\ cm}{(0{,}67)} = 21{,}72\ cm. luego\ el\ lado\ c = 21{,}72\ cm.$$

De otro lado, como <A +<B + <C = 180°, entonces <A + 42° + 76° = 180°,

luego, m <A = 180°-(42° +76°),
<A = 180°- 118°,   entonces <A =62°.
Como hace falta hallar a, tomamos la relación:

$$\frac{Sen\ A}{a} = \frac{Sen\ B}{b}$$

Despejamos a, así: $b \cdot Sen\ A = a \cdot Sen\ B$, de aquí tenemos:

$$a = \frac{b \cdot Sen\ A}{Sen\ B}$$

$$a = \frac{(15\ cm) \cdot Sen\ 62°}{Sen\ 42°} = \frac{(15\ cm) \cdot (0{,}88)}{(0{,}67)} = \frac{13{,}24\ cm}{(0{,}67)}$$

$$a = 19{,}76\ cm. luego\ el\ lado\ a = 19{,}76\ cm$$

Hemos aplicado el teorema del seno para hallar los valores de a = 19,76 cm, c = 21, 72 cm y <A= 62°. En el ▲*ACB*.

Ejemplo 2: ¿Es posible construir un ▲*ABC, con a = 8,5 cm, b = 6,5 cm y* ∡B = 78,3°?

Solución Ejemplo 2: Del triángulo en mención conocemos los lados a, b y el ángulo B con estos datos usando el Teorema del seno podemos hallar el ángulo A.

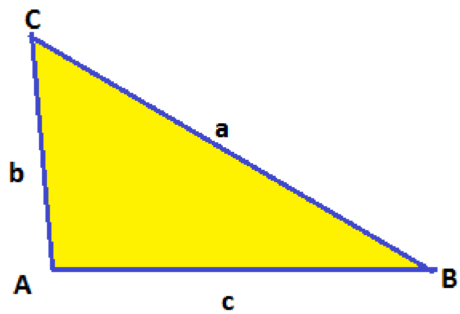
$\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{sen\ B}} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{sen\ A}}$ Ley del seno

Se sustituyen los valores $\frac{6{,}5\ cm}{sen\ 78{,}3°} = \frac{8{,}5\ cm}{sen\ A}$

despejando A se obtiene sen A = $\frac{8{,}5\ cm\ .\ sen\ 78{,}3°}{6{,}5\ cm}$ ≅ 1,2805

Como sen A no puede ser mayor que 1, entonces el triángulo no se puede construir.

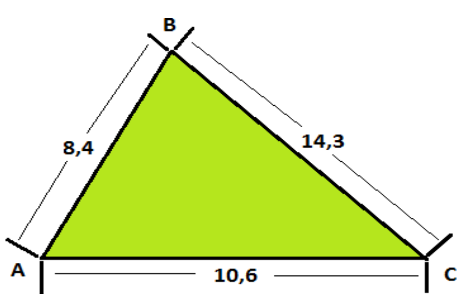
TEOREMA DEL COSENO: La ley del coseno o teorema del coseno enuncia que en cualquier triángulo, el cuadrado de la longitud de un lado es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados, menos el doble del producto de ellas por el coseno del ángulo que forman.



Dado un triángulo cualquiera ▲ ABC *donde a, b y c representan las medidas de los lados opuestos a los ángulos con medidas A, B y C, respectivamente, se cumple que:*

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot Cos\ A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot Cos\ B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot Cos\ C$$

Ejemplo 3: Halla el valor de la medida de los ángulos A, B y C del siguiente triángulo



Solución Ejemplo 3: Del triángulo ABC conocemos los lados a= 14,3; b= 10,6 y c= 8,4. Para encontrar el valor de los ángulos usamos la expresión de la ley del coseno que relaciona los lados y un ángulo del triángulo.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot Cos\ A.$$

Remplazamos los valores conocidos en la expresión y encontraremos <A

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot Cos\ A.$$
$$(14{,}3)^2 = (10{,}6)^2 + (8{,}4)^2 - 2 \cdot (10{,}6) \cdot (8{,}4) \cdot Cos\ A$$
$$(14{,}3)^2 - (10{,}6)^2 - (8{,}4)^2 = -2 \cdot (10{,}6) \cdot (8{,}4) \cdot Cos\ A$$

Despejamos cos A

$$Cos\ A = \frac{(14{,}3)^2 - (10{,}6)^2 - (8{,}4)^2}{-2 \cdot (10{,}6) \cdot (8{,}4)} = \frac{(10{,}6)^2 + (8{,}4)^2 - (14{,}3)^2}{2 \cdot (10{,}6) \cdot (8{,}4)}$$

$$= \frac{112{,}36 + 70{,}56 - 21{,}34}{1475{,}872} = -0{,}1211$$

$CosA$ = - 0,1211 entonces $m < A = Cos^{-1}(-0{,}1211)$ m<A= 97°.

Para hallar l medida de <B, empleamos:

$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot C\ os\ B$ reemplazamos los valores conocidos
$(10{,}6)^2 = (14{,}3)^2 + (8{,}4)^2 - 2 \cdot (14{,}3) \cdot (8{,}4) \cdot Cos\ B$ despejamos Cos B

$Cos\ B = \frac{(10{,}6)^2-(14{,}3)^2-(8{,}4)^2}{-2\cdot(14{,}3)\cdot(8{,}4)} = 0{,}6771$ luego

Cos B = 0,6771 de donde $m < B = Cos^{-1}(0{,}6771)$

m<B =47°
Para hallar la medida del <C, usamos la expresión
180° = m<A + m<B + m<C (la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°)

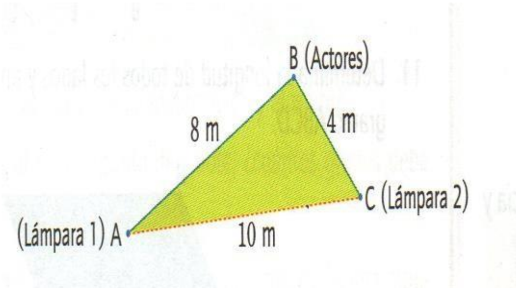
m<C = 180° - (97° + 47°) = 180° - 144| = 36°

m<C = 36°

Concluimos que usando la ley o teorema del coseno hemos encontrado los valores de los ángulos
m<A= 97° m<B =47° m<C = 36°

Ejemplo 4: Para hacer una grabación en televisión, dos luces deben estar a 4 m y 8 m respectivamente de los actores, y entre ellas la distancia debe ser 10 m. ¿Cuál es el ángulo al cual deben estar las lámparas?

Solución Ejemplo 4: para facilitar la comprensión elaboramos un dibujo de la situación.



Como se conoce elvalor de los lados del triángulo usando la ley del coseno hallamos el valor del $<A$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot Cos\ A$$

Despejando Cos A = $\frac{b^2+c^2\ -a^2}{2 \cdot b \cdot c}$

Reemplazando valores Cos A = $\frac{10^2+8^2\ -4^2}{2 \cdot 10 \cdot 8} = \frac{148}{160} = \frac{37}{40}$

Luego como Cos A $= \frac{37}{40}$ entonces <A $= Cos^{-1}\ \frac{37}{160} \cong$ 22,33°

Finalmente, se halla el valor del ángulo $<$ C también con la ley del coseno.

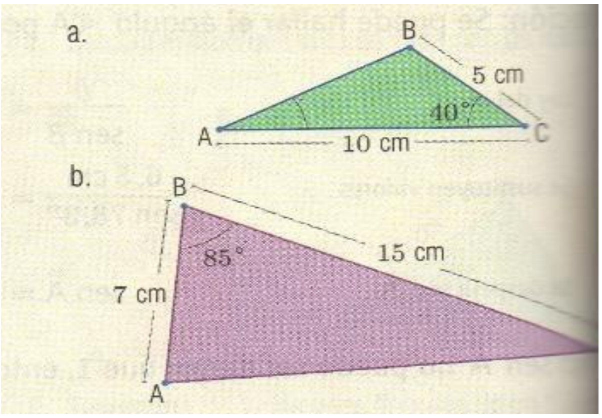
Cos C = $\frac{b^2+a^2\ -c^2}{2 \cdot a \cdot b} = \frac{10^2+4^2\ -8^2}{2 \cdot 4 \cdot 10} = \frac{52}{80} = \frac{13}{20}$

Por tanto $<C = \frac{13}{20}$ de donde $<C$ $= Cos^{-1}\ \frac{13}{20}$ ≅ 49,458°

En conclusión, las lámparas están a 22,33° y 49,458°

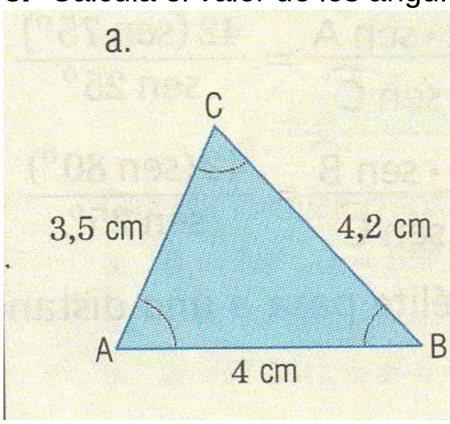
ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE: TEOREMA DEL SENO Y TEOREMA DEL COSENO

1.- Resuelve los siguientes triángulos



2.- Calcula el valor de los ángulos de un triángulo cuyos lados son a = 13 cm, b= 8 cm, c = 10 cm

3.- Calcula el valor de los ángulos del triángulo ACB



4.- Determine si se usaría inicialmente, la ley del seno o la ley del coseno para resolver el triángulo indicado:

a) c = 21 cm, a = 14 cm, < B = 60°.
b) < A = 40°, < C = 70°, c = 14 cm.
c) a = 21 cm, b = 16,6 cm, c = 10,3 cm.
d) a = 21 cm, b = 16,6 cm, c = 10,3 cm.

5.- Determina los lados y los ángulos de un triángulo ABC, si a = 25, b = 30 y < A = 45°

MATERIAL DE APOYO

Texto Guía: Matemáticas 10 páginas 112 a 114

https://www.youtube.com/watch?v=SbFetGnLdr8
https://www.youtube.com/watch?v=e2_WDo5yK_Q
https://www.youtube.com/watch?v=65RP6V0hsy4

“La verdadera educación consiste en obtener lo mejor de uno mismo” (Mahatma Gandhi)

BIBLIOGRÁFIA

Nuevo ALFA 10. Autor Vladimir Moreno Gutierrez – Mauricio Restrepo López. Editorial Norma
Plataforma SABIOS componente de MATEMATICAS 10. Editores Janneth Carvajal, Viviana Manrique, Caludia Vargas. Editorial Libros & Libros
Web: https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics/trigonometric-functions

INSTITUCIÓN EDUCATIVA CASD SIMÓN BOLÍVAR

"Con educación, trabajo y amor construimos un CASD mejor."

Aprobada por resolución No 001005 del 13 de agosto de 2019
Emanada por la Secretaria de Educación Municipal
DANE: 120001069246 - NIT: 800.031.434-8

Área: Matemáticas Asignatura: Trigonometría Grado: 10 JU

Docentes: Mag AMAHADI PARODI GUERRA **amahadiparodis@iecasdvalledupar.edu.co**
celular 3224634981
Mag CARLOS CARDENAS **carloscardenas@iecasdvalledupar.edu.co**
celular 3146657913

Fecha: 18/05/2021 al 04/06/2021

GUIA N° 4 UNIDAD 2: FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

TEMA: FUNCIONES TRIGONOMETRICAS EN EL CIRCULO TRIGONOMETRICO

LOGROS: Establece relaciones entre una función trigonométrica y sus propiedades

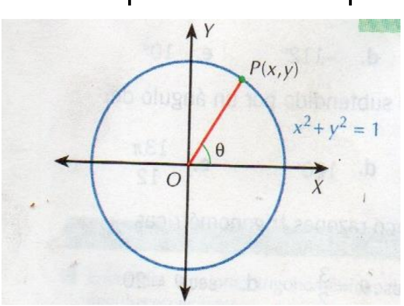
METODOLOGIA: Para el desarrollo de las actividades el estudiante debe:

1. Analizar el "CONTENIDO TEMÁTICO" y copiarlo en su cuaderno incluyendo los ejemplos.
2. Desarrollar la actividad de aprendizaje. FUNCIONES TRIGONOMETRICAS EN EL CIRCULO UNITARIO. Para lo cual se puede apoyar en las orientaciones de las asesorías y diapositivas compartidas en la clase a través de la plataforma, además de los links y las páginas del libro guía que se le indican para profundizar el tema

"CONTENIDO TEMÁTICO"

DEFINICIÓN DE LAS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS.

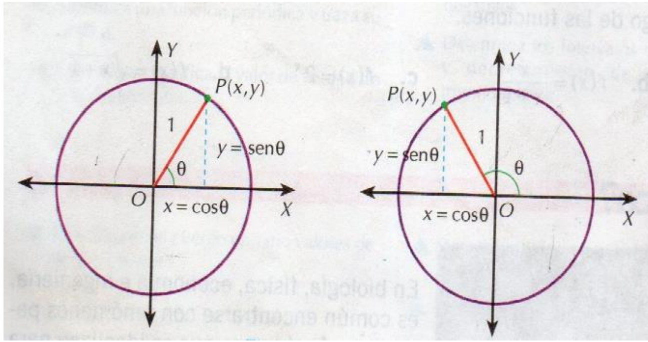
En la unidad 1 estudiamos las funciones trigonométricas definidas en términos de un triángulo rectángulo donde θ es un ángulo agudo. En esta unidad usaremos el circulo unitario (circulo de radio 1 centrado en el origen del plano cartesiano) para definir las funciones Sen θ y Cos θ donde θ puede ser cualquier número real.



El circulo unitario determina una circunferencia unitaria de ecuación $x^2 + y^2 = 1$

Un ángulo θ en posición normal, si se conoce un punto P(x,y) que pertenece a su lado terminal e interseca la circunferencia.

Tenemos las siguientes definiciones de las funciones trigonométricas básicas (circulares) como Cos(θ) = x y Sen (θ) = y



Ahora bien, de las definiciones Cos (θ) = x   y Sen (θ) = y más la ecuación de la circunferencia concluimos que:

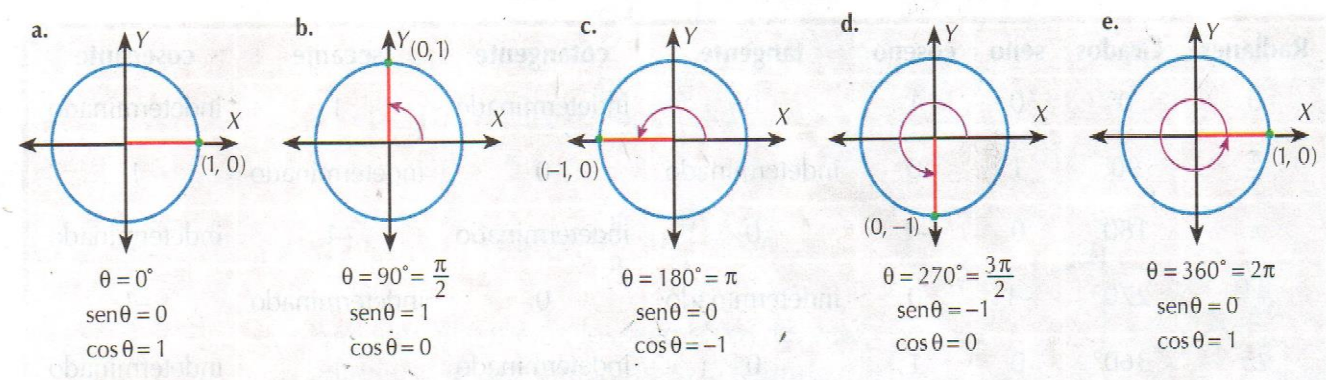
Cos^2 θ + Sen^2 θ = 1 Identidad trigonométrica básica.

Ejemplo 1: Determina el valor de Sen θ y Cos θ, si el ángulo θ está determinado por el punto A de coordenadas (- $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$)

Solución. Teniendo en cuenta la definición de funciones circulares y que el punto A está en la circunferencia unitaria, se tiene que Sen θ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ y Cos θ = - $\frac{1}{2}$

NOTA. Las funciones Sen θ y Cos θ han sido definidas en términos del ángulo θ medido en radianes. También es posible definirlas como funciones de un número real t.

Las definiciones de Sen θ y Cos θ usando el circulo unitario, permiten establecer rápidamente valores de las funciones para varios números.



Observa por ejemplo el inciso d, el lado terminal de   θ = $\frac{3\pi}{2}$ toca a la circunferencia unitaria en (0,-1) de donde

Cos ($\frac{3\pi}{2}$) = Cos 270° = - 1

El rango de las funciones Sen θ y Cos θ es el intervalo [-1, 1]   esto significa que

$-1 \leq x \leq 1$ y $-1 \leq y \leq 1$ o sea los valores de x y y varían entre -1 y 1

Ejemplo 2: Determina si las siguientes ecuaciones tienen solución.

a) Sen θ = 0,45 b) Cos θ = - 0,55 c) Cos θ = 1,5 d) Sen θ =-2

Solución: En la ecuación Sen θ = 0,45 el valor de x = 0,45 $-1 \leq 0{,}45 \leq 1$ para la ecuación Cos θ = - 0,55 el valor de y = -0,55 $-1 \leq -0{,}55 \leq 1$ el rango de Sen θ y Cos θ es el intervalo [-1, 1] por lo tanto las ecuaciones a y b tienen solución.

Las ecuaciones c y d no tienen solución porque 1,5 y 2 están por fuera del rango de las funciones Seno y Coseno.

A partir de las funciones Seno y Coseno podemos definir las otras cuatro funciones:

Tan t = $\frac{sen\ t}{Cos\ t}$, Sec t = $\frac{1}{Cos\ t}$ para todo real t, tal que Cos t ≠ 0

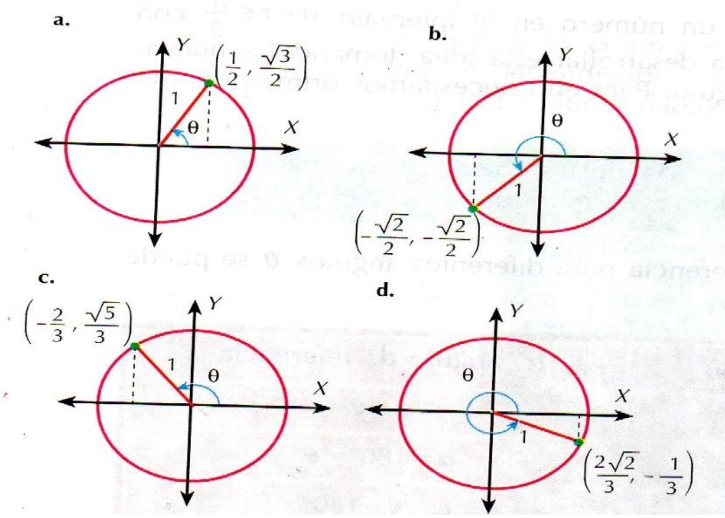
Cos t = $\frac{Cos\ t}{Sen\ \ t}$, Csc t = $\frac{1}{Sen\ t}$ para todo real t, talque Sen t ≠ 0

La siguiente grafica muestra los valores de las funciones para 0, $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$ y 2 π

Radianes	Grados	seno	coseno	tangente	cotangente	secante	cosecante
0	0°	0	1	0	indeterminado	1	indeterminado
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	indeterminado	0	indeterminado	1
π	180°	0	–1	0	indeterminado	–1	indeterminado
$\frac{3\pi}{2}$	270°	–1	0	indeterminado	0	indeterminado	–1
2π	360°	0	1	0	indeterminado	1	indeterminado

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE: FUNCIONES TRIGONOMETRICAS EN EL CIRCULO UNITARIO

1) Halla Sen θ y Cos θ en cada caso.



2) Determina si las ecuaciones tienen solución.

a. Cos θ = 0,8 c. Sen θ = $\frac{11}{10}$

b. Sen θ = 0,99 d. Cos θ = $\frac{\sqrt{5}}{3}$

3) Traza los ángulos en posición normal y encuentra los valores de las funciones trigonométricas Seno, Cose y tangente

a. $\frac{\pi}{2}$ b. $\frac{3\pi}{2}$ c. - π d. 2 π

4) Halla los valores de las demás funciones trigonométrica a partir de la función dada, con valores en el primer cuadrante.

a. Tan t = $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ b. Cos t = $\frac{1}{2}$ c. csc t = 2

5) Completa la tabla con los signos de las funciones trigonométricas en cada cuadrante

Cuadrante	Sen t	Cos t	Tan t	Cot t	Sec t	Csc t
I						
II						
III						
IV						

MATERIAL DE APOYO: Texto guía Matemáticas 10 páginas 104 y 105

https://www.youtube.com/watch?v=zaifr9Qqk3s

https://www.youtube.com/watch?v=RY_cl4GFM1U

https://www.youtube.com/watch?v=4tpi87_Y_y0

BIBLIOGRÁFIA

Nuevo ALFA 10. Autor Vladimir Moreno Gutierrez – Mauricio Restrepo López. Editorial Norma

Plataforma SABIOS componente de MATEMATICAS 10. Editores Janneth Carvajal, Viviana Manrique, Caludia Vargas. Editorial Libros & Libros

Web: https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics/trigonometric-functions

Área: Matemáticas **Asignatura: Trigonometría** **Grado: 10 JU**

Docentes: Mag AMAHADI PARODI GUERRA amahadiparodis@iecasdvalledupar.edu.co
celular 3224634981 -
Mag CARLOS CARDENAS carloscardenas@iecasdvalledupar.edu.co
celular 3146657913

Fecha: 08/06/2021 al 25/06/2021

GUIA N° 5

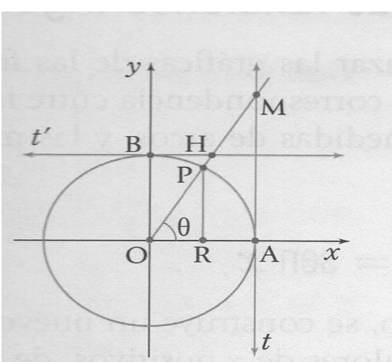
TEMA: FUNCIÓN SENO Y FUNCION COSENO

LOGROS:

- Identificar propiedades y regularidades de la gráfica de la función seno
- Identificar propiedades y regularidades de la gráfica de la función Coseno

"CONTENIDO TEMÁTICO"

Para obtener una visión general de las características de una función trigonométrica, es necesario construir un bosquejo a partir de las **líneas trigonométricas**.



Las líneas trigonométricas se construyen ubicando un punto P con coordenadas (x,y) en una circunferencia unitaria.

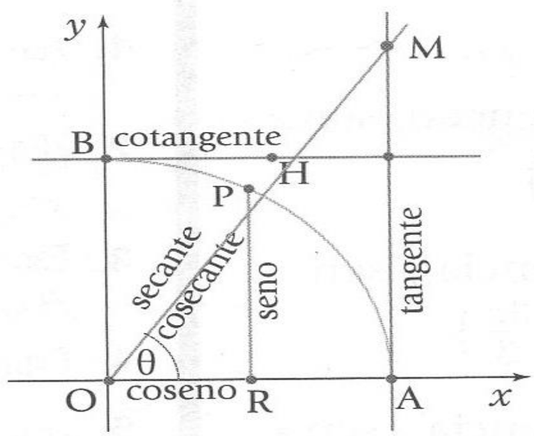
Se trazan las rectas t y t´ tangentes a la circunferencia en los puntos A y B, respectivamente; se prolonga el radio OP hasta cortar las dosrectas tangentes en los puntos H y M. Por último, se traza un segmento PR perpendicular al eje de las abcisas.

Como la medida del ángulo BHO es igual a la del ángulo θ, los ▲POR, ▲MOA Y ▲OHB son semejantes, usando los criterios de semejanza entre triángulos.

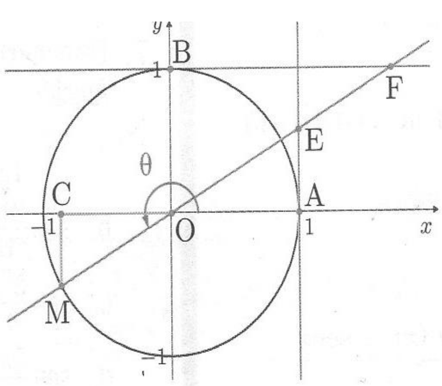
En esta construcción como el radio de la circunferencia es 1, se pueden determinar las líneas trigonométricas a partir de los triángulos resultantes.

$\text{sen}\ \theta = \dfrac{\overline{PR}}{\overline{OP}} = \dfrac{\overline{PR}}{1} = \overline{PR}$ La medida de $\overline{PR}$ representa el valor del seno del ángulo.	$\cos\theta = \dfrac{\overline{OR}}{\overline{OP}} = \dfrac{\overline{OR}}{1} = \overline{OR}$ La medida de $\overline{OR}$ representa el valor del coseno del ángulo.	$\tan\theta = \dfrac{\overline{MA}}{\overline{AO}} = \dfrac{\overline{MA}}{1} = \overline{MA}$ La medida de $\overline{MA}$ representa el valor de la tangente del ángulo.
$\csc\theta = \dfrac{\overline{OH}}{\overline{BO}} = \dfrac{\overline{OH}}{1} = \overline{OH}$ La medida de $\overline{OH}$ representa el valor de la cosecante del ángulo.	$\sec\theta = \dfrac{\overline{MO}}{\overline{AO}} = \dfrac{\overline{MO}}{1} = \overline{MO}$ La medida de $\overline{MO}$ representa el valor de la secante del ángulo.	$\cot\theta = \dfrac{\overline{BH}}{\overline{BO}} = \dfrac{\overline{BH}}{1} = \overline{BH}$ La medida de $\overline{BH}$ representa el valor de la cotangente del ángulo.

Las Líneas trigonométricas de un ángulo θ en posición normal son los segmentos, cuya medida coincide con una de las razones trigonométricas.



EJEMPLO 1: Identifica las líneas trigonométricas del ángulo θ = $\frac{7\pi}{6}$ rad, en la siguiente figura.



Solución. Las líneas trigonométricas para el ángulo θ = $\frac{7\pi}{6}$ asociadas a cada razón trigonométrica son:

Sen ($\frac{7\pi}{6}$) -------- CM Tan ($\frac{7\pi}{6}$) ------- EA Sec ($\frac{7\pi}{6}$)------ OE

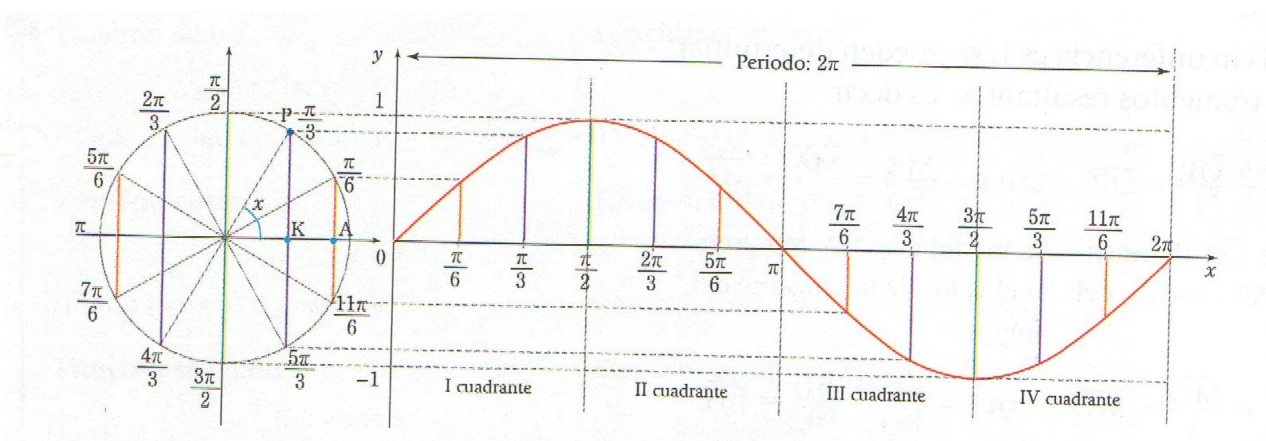
Cos ($\frac{7\pi}{6}$) ------- CO Csc ($\frac{7\pi}{6}$) ------ OF Cot ($\frac{7\pi}{6}$) ------ BF

FUNCIÓN SENO

La función seno denotada como f(x) = Sen x o y = Sen x, asocia al número real x el valor del Sen de x (si existe), para un ángulo de x radianes.

GRAFICA DE LA FUNCIÓN SENO

En una circunferencia unitaria se localizan los valores de algunos ángulos especiales. Luego en un plano cartesiano se construye la gráfica de la función seno en el intervalo [0,2π] (valores sobre el eje x) trasladando la medida de las líneas trigonométricas correspondientes (valores sobre el eje y). como lo muestra la figura.

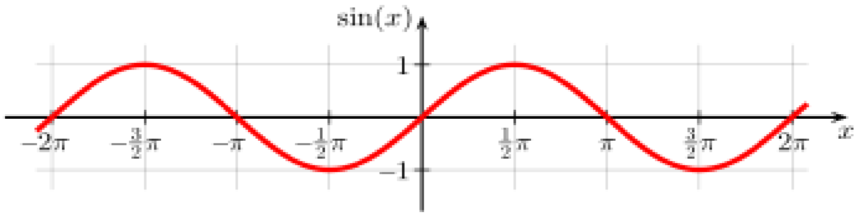


Si se toman valores mayores mayores que 2π, el modelo anterior se repite cada 2π unidades, ya que los arcos sobre la circunferencia se repiten.

Esta representación puede extenderse, para valores de x negativos si se continua con el mismo patrón.

La gráfica de f(x) = Sen x tiene la siguiente forma.

CARACTERISTICAS DE LA FUNCIÓN SENO

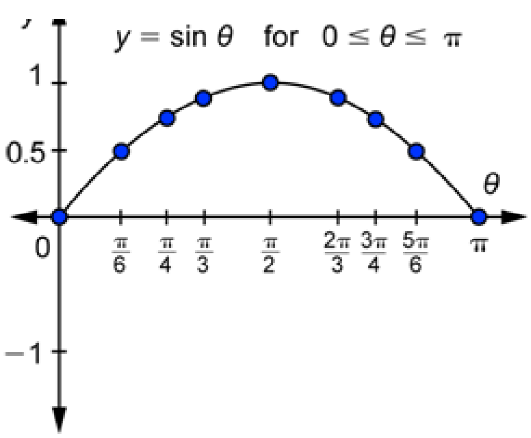


Del comportamiento de la función f(x) = Sen x y de su respectiva gráfica, se deduce que la función seno tiene las siguientes características:

- El dominio es R y el recorrido es el intervalo [-1, 1]
- El periodo es 2π, por tanto, su estudio se puede realizar en el intervalo [0, 2π] y después se extienden las características obtenidas a R
- El valor máximo es 1 y lo alcanza en x = $\frac{\pi}{2}$; el valor minimo es – 1 y lo alcanza en x = $\frac{3\pi}{2}$. Se dice, entonces que la amplitud es de la función es 1.
- Es continua en todo su dominio
- Es simétrica con respecto al origen, ya que para cada x ≠ 0 Sen (-x) = - Sen x es decir, es impar
- En el intervalo [0, 2π], la función es creciente en los intervalos (0, $\frac{\pi}{2}$) y ($\frac{3\pi}{2}$, 2π) y decreciente en el intervalo ($\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$)

  Ejemplo 2: Graficar la función seno en el intervalo [0, π]. Determina rango, Dominio o recorrido,

  Solución:



Dominio. Los valores para los cuales la función f(x) = sen θ está definida o sea que valores puede tomar x.

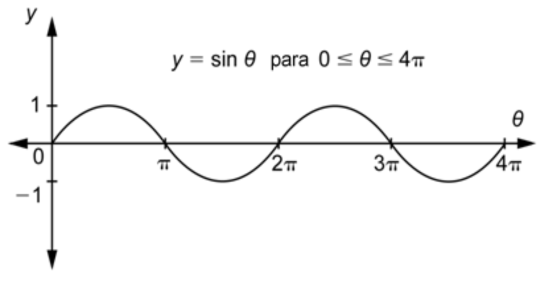
Dom = 0 ≤ x ≤ π ó x € [0, π]

Rango: Conjunto de valores que toma la función en el eje y

Ran = 0 ≤ y ≤ 1 ó y € [0, 1]

EJEMPLO 3: Dibuja la gráfica para la función seno en el intervalo [0, 4 π] encuentra rango dominio y periodo

SOLUCIÓN



Como los valores entre 2 π y 4 π son los mismos que los valores entre 0 y 2 π la forma de la gráfica entre 2 π y 4 π es la misma que entre 0 y 2 π.

Dominio: 0≤ x ≤ 4 π

Rango: -1 ≤ y ≤ 1

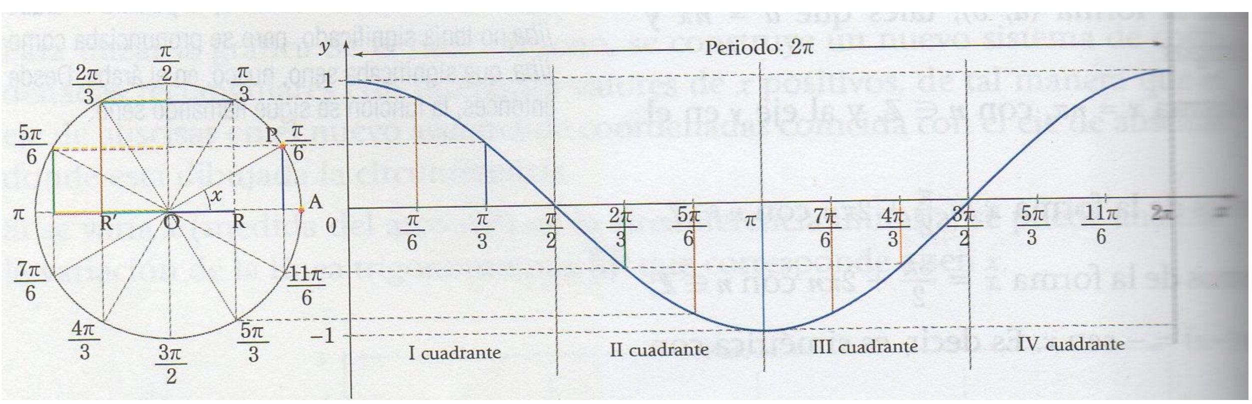
Periodo 2 π.

FUNCIÓN COSENO

La función Coseno se denota por f(x) = Cos x o y= Cos x Esta asocia al número real x el valor del coseno de x (si existe , para un ángulo de x radianes

GRAFICA DE LA FUNCIÓN COSENO

De manera similar a la función f(x) = sen x, en una circunferencia unitaria se localizan los valores de algunos ángulos especiales. Luego se construye la gráfica en el intervalo [0, 2π] en un plano cartesiano trasladando la medida de las líneas trigonométricas correspondientes al coseno tal como muestra la figura.



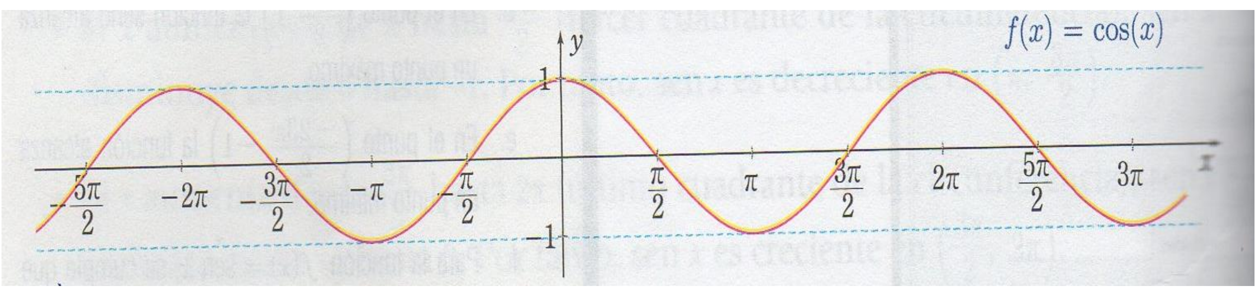
En la gráfica se puede observar que si x = 0, *m*OR = 1, y a medida que x se acerca a $\frac{\pi}{2}$ OR se acerca al valor 0, el segmento. De hecho, cuando x = $\frac{\pi}{2}$ la medida de OR es cero.

De la gráfica se puede concluir que.

- ✓ Si x aumenta desde 0 a $\frac{\pi}{2}$ (primer cuadrante de la circunferencia), Cos x disminuye desde 1 hasta 0. Por tanto Cos x es decreciente en (0, $\frac{\pi}{2}$).
- ✓ Si x aumenta desde $\frac{\pi}{2}$ hasta π (segundo cuadrante de la circunferencia), Sen x continua disminuyendo desde 0 hasta -1. Por tanto, Cos x es decreciente ($\frac{\pi}{2}$,π)
- ✓ Si x aumenta desde π hasta $\frac{3\pi}{2}$ (tercer cuadrante de la circunferencia), Cos x aumenta desde -1 hasta 0. Por tanto Cos x es creciente en (π , $\frac{3\pi}{2}$)
- ✓ Si x aumenta desde $\frac{3\pi}{2}$ hasta 2π (último cuadrante de la circunferencia) Cos x continua aumentando desde 0 hasta 1.Por tanto, Cos x es creciente ($\frac{3\pi}{2}$ 2π,)

Al igual que la gráfica de Sen x si se toman valores mayores que 2π , el modelo anterior se repite cada 2π unidades, Por lo tanto, la gráfica de f(x) = Cos x, extendida a todo el conjunto de números reales tiene la siguiente forma.

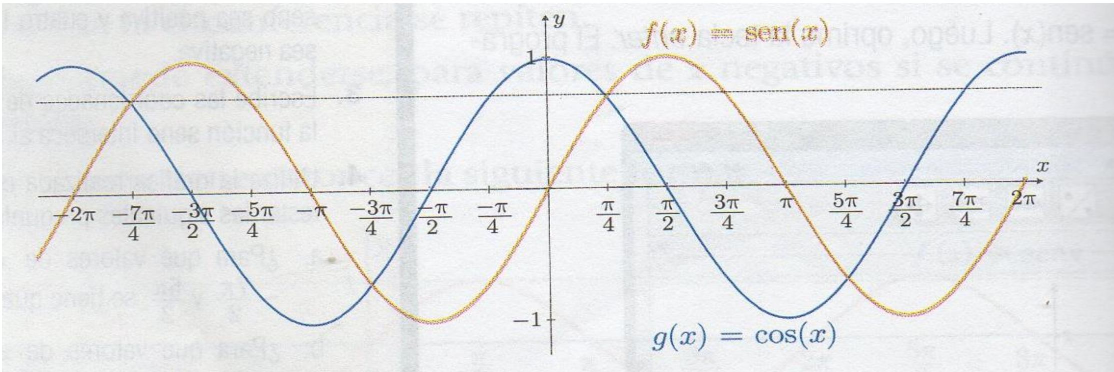
CARACTERISTICAS DE LA FUNCIÓN COSENO



Del comportamiento de la función f(x) = Cos x y de su respectiva gráfica, se deduce que la función coseno tiene las siguientes características:

- El Dominio es R y el recorrido es el intervalo [-1, 1]
- El periodo es 2π, por tanto, su estudio se puede realizar en el intervalo [0, 2π] y después se extienden las características obtenidas a R
- El valor máximo es 1 y lo alcanza en x =0 y en x = 2π; el valor mínimo es – 1 y lo alcanza en x = π. Se dice, entonces que la amplitud es de la función es 1.
- Es continua en todo su dominio
- Es simétrica con respecto al eje de ordenadas, ya que Cos (-x) = Cos x

Ejemplo 1: La gráfica de las funciones f(x) = Sen x y g(x) = Cos x se muestran a continuación.



Selecciona dos valores de x en los cuales f(x) = g (x)

SOLUCIÓN f(x) = g (x) en los puntos en los que las gráficas de la función coseno y seno se intersecan. Por ejemplo

$x_1 = -\frac{7\pi}{4}$ $\qquad$ $x_2 = \frac{\pi}{4}$

Las funciones f(x) y g(x) tienen igual dominio, recorrido, periodo y amplitud. En el intervalo [0, 2π] la función f(x) = Sen x alcanza el valor máximo en x= $\frac{\pi}{2}$ y g(x) = Cos x alcanza el valor máximo en x= 0

En el intervalo [0, 2π] la función f(x) = Sen x alcanza el valor mínimo en x= $\frac{3\pi}{2}$ y g(x) = Cos x alcanza el valor mínimo en x= π

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE: FUNCIÓN SENO – FUNCIÓN COSENO

1) Escribe cuatro intervalos en los cuales la función seno sea positiva y cuatro intervalos en los cuales sea negativa.

2) Completa la tabla para la función y = 3 sen x luego represéntala gráficamente. Determina: Dominio y Rango

x	**0°**	**90°**	**135°**	**180°**	**270°**	**315°**	**360°**
y = Sen x							

3) Representa la gráfica de la función f(x) = - sen x e indica las siguientes características:

a) Dominio y Rango
b) Periodo y Amplitud
c) Valores máximo y mínimo en el intervalo que define el periodo de la función
d) Continuidad y simetría
e) Intervalos crecientes y decrecientes en el intervalo que define el periodo

4) Realiza en tu cuaderno los ejercicios 1, 2, 4 y 5 de la página 128 del texto guía Matemáticas 10

MATERIAL DE APOYO.

Texto guía Matemáticas 10 páginas 122, 123 , 124, 126 y 127

https://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-15-19_RESOURCE/U19_L2_T2_text_final_es.html

https://www.youtube.com/watch?v=JwGW8YyNp4M

https://www.youtube.com/watch?v=Dgpsd_CwZfs

https://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-15-19_RESOURCE/U19_L2_T2_text_final_es.html

https://www.youtube.com/watch?v=qMU-qzoqRjI

BIBLIOGRÁFIA
Nuevo ALFA 10. Autor Vladimir Moreno Gutierrez – Mauricio Restrepo López. Editorial Norma
Plataforma SABIOS componente de MATEMATICAS 10. Editores Janneth Carvajal, Viviana Manrique, Caludia Vargas. Editorial Libros & Libros
Web: https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics/trigonometric-functions